

# Sistemas de Coordenadas

## Forma da Terra – Aproximações:

- Esfera

- Pitágoras (Séc 6º AC)
- Aristóteles (Séc 4º AC)
  - tendência das partículas caírem para o centro do mundo
  - sombra da Terra nas eclipses lunares
  - variação no aspecto do céu estrelado com a latitude

# Sistemas de Coordenadas

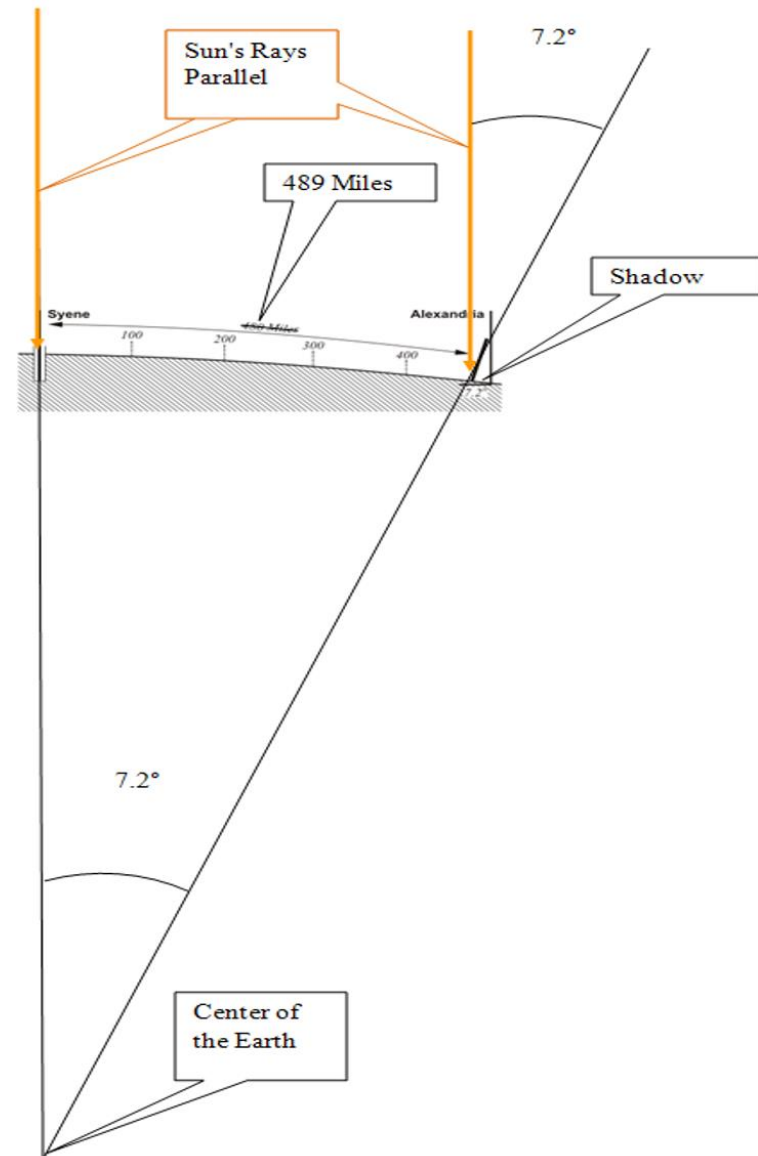
## Forma da Terra – Aproximações:

### ▪ Esfera

- Pitágoras (Séc 6<sup>o</sup> AC)
- Aristóteles (Séc 4<sup>o</sup> AC)
  - tendência das partículas caírem para o centro do mundo
  - sombra da Terra nas eclipses lunares
  - variação no aspecto do céu estrelado com a latitude
- Eratóstenes (Séc 3<sup>o</sup> AC)
  - estimativa da circunferência da Terra

Syene (~Aswan) 24° 05' 20" N

Alexandria 31° 11' 51" N



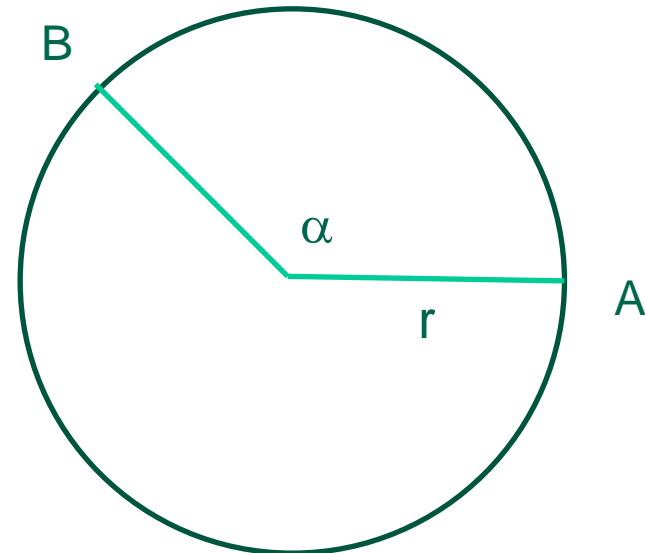
# Sistemas de Coordenadas

## Forma da Terra – Aproximações:

- Esfera, para escala  $\leq 1 : 5.000.000$

$$d(km) \cong R \cdot \sqrt{\cos\left(\frac{(LAT_2 + LAT_1)}{2}\right) \cdot (LON_2 - LON_1)^2 + (LAT_2 - LAT_1)^2}$$

$R = 6.371.009 \text{ km}$  e ângulos em radianos  $\alpha_{AB} = \left(\frac{d_{AB}}{r}\right) \text{ rad}$



# Sistemas de Coordenadas

## Forma da Terra – Aproximações:

- Esfera, para escala  $\leq 1 : 5.000.000$

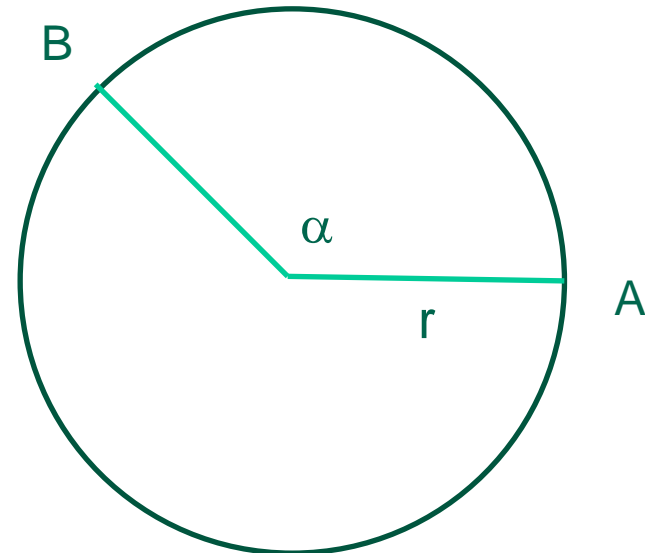
$$d(\text{km}) \cong R \cdot \sqrt{\cos\left(\frac{(LAT_2 + LAT_1)}{2}\right) \cdot (LON_2 - LON_1)^2 + (LAT_2 - LAT_1)^2}$$

$R = 6.371.009 \text{ km}$  e ângulos em radianos  $\alpha_{AB} = \left(\frac{d_{AB}}{r}\right) \text{ rad}$

Se  $\alpha_{AB} = 180^\circ \rightarrow \alpha_{AB} = \left(\frac{\pi r}{r}\right) = \pi \text{ rad}$

$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = 57,2957795131^\circ = 57^\circ 17' 44,806247''$

$1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right) \text{ rad} = 0,0174532925 \text{ rad}$



# Sistemas de Coordenadas

## Forma da Terra – Aproximações:

- Elipsoide (Issac Newton / Christian Huygens)

biaxial, para escala  $> 1 : 5.000.000$

- a, b : semieixos

- achatamento

$$f = \frac{(a-b)}{a} \cong \frac{1}{300}$$

$$a = 6.378.137 \text{ m}$$

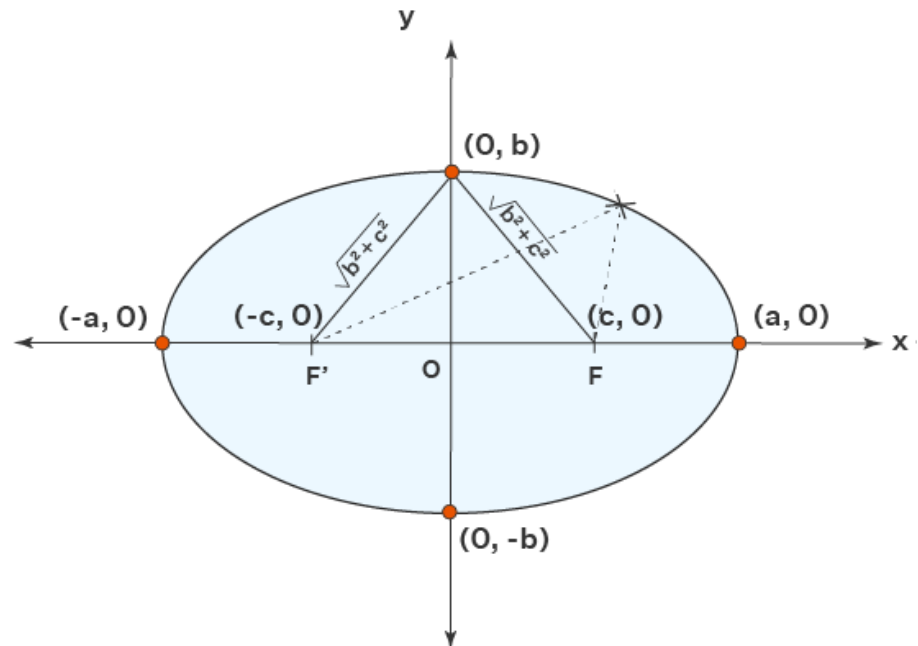
$$\frac{(6.378.137 - b)}{6.378.137} = \frac{1}{300}$$

$$b \cong 6.356.876,5 \text{ m}$$

$$a - b \cong 21.260,5 \text{ m} \cong 20 \text{ km}$$

excentricidade

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a} \cong 0,081582$$



## algumas relações da elipse (2D)

$$\text{achatamento: } f = \frac{(a-b)}{a} \cong \frac{1}{300}$$

$$\text{excentricidade: } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a} \cong 0,081582$$

$$f(2-f) = \frac{(a-b)}{a} \left[ 2 - \frac{(a-b)}{a} \right] = \frac{2(a-b)}{a} - \frac{(a-b)^2}{a} =$$

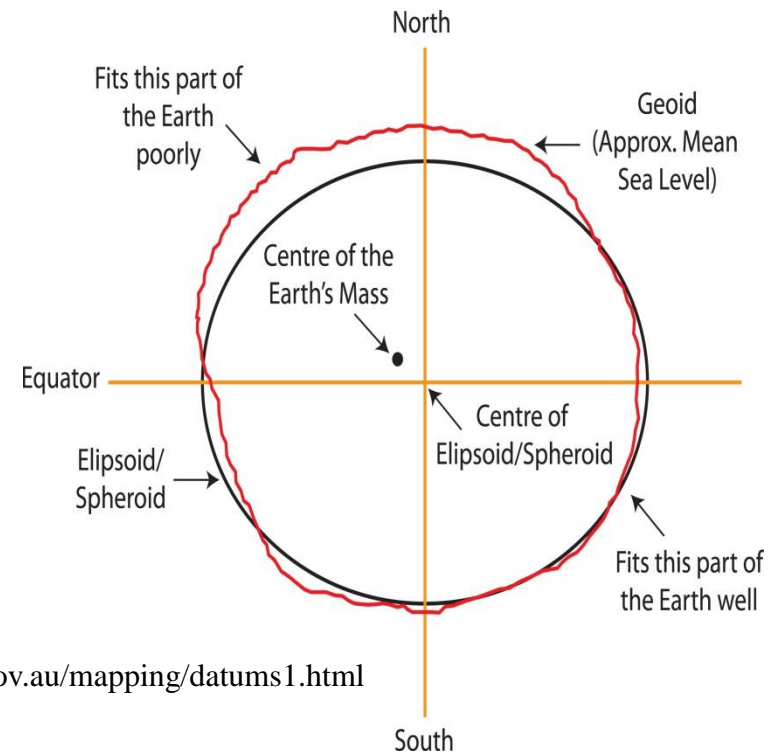
$$\frac{(2a-2b)}{a} - \frac{(a^2-2ab+b^2)}{a^2} = \frac{2a^2-2ab-a^2+2ab-b^2}{a^2} = \frac{a^2-b^2}{a^2} = e^2$$

$$b = a(1-f) = a\sqrt{(1-e^2)}$$

# Sistemas de Coordenadas Geográficas

Partes:

- Unidade de medida angular
- Meridiano principal
- Datum
  - Elipsoide ( semieixos )
  - Geodésico, Geocêntrico, Astronômico



<http://www.icsm.gov.au/mapping/datums1.html>

**Córrego Alegre** ( 1961 – rev 1970-2)

Elipsoide Int'l de Hayford (1924)  $a = 6.378.388$  m  $b = 6.356.991,95$  m  $f = 1/297$

Frutal, MG  $\varphi = \Phi = 19^{\circ} 50' 14,91''$  S  $\lambda = \Lambda = 48^{\circ} 57' 41,98''$  W  $h = 683,81$ m

( originalmente  $19^{\circ} 50' 15,14''$  S  $48^{\circ} 57' 42,75''$  W )

Azimute geodésico  $A_G = A_A = 128^{\circ} 21' 48,96''$  Córrego Alegre – Chapada das Areais

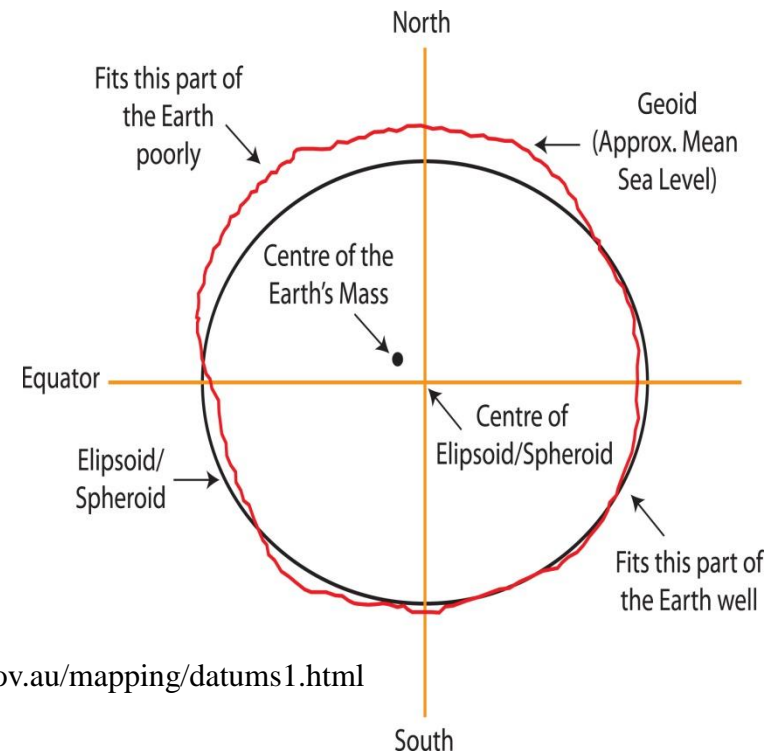
$N = 0$  (altura/ondulação geoidal, separação entre as superfícies geoidal e elipsoidal ao longo da normal)

sem desvio da vertical:  $\xi = 0$  e  $\eta = 0$

# Sistemas de Coordenadas Geográficas

Partes:

- Unidade de medida angular
- Meridiano principal
- Datum
  - Elipsoide ( semieixos )
  - Geodésico, Geocêntrico, Astronômico



<http://www.icsm.gov.au/mapping/datums1.html>

## South American Datum - SAD 69 ( 1979 – rev 1996 )

Elipsoide UGGI GRS67     $a = 6.378.160$  m     $b = 6.356.774,72$  m     $f = 1/298,25$

Estação Chuá (MG)     $\varphi = 19^\circ 45' 41,6527''$  S     $\lambda = 48^\circ 06' 04,0639''$  W     $h = 763,28$ m

$\Phi = 19^\circ 45' 41,34''$  S     $\Lambda = 48^\circ 06' 07,80''$  W

Azimute geodésico  $A_G = 271^\circ 30' 04,05''$  e  $A_A = 271^\circ 30' 05,42''$  Chuá – Uberaba

$N = 0$  (altura/ondulação geoidal, separação entre as superfícies geoidal e elipsoidal ao longo da normal)

Ângulo de desvio da vertical:  $\xi = +0,31''$  (Norte) e  $\eta = -3,52''$  (Oeste) no Datum

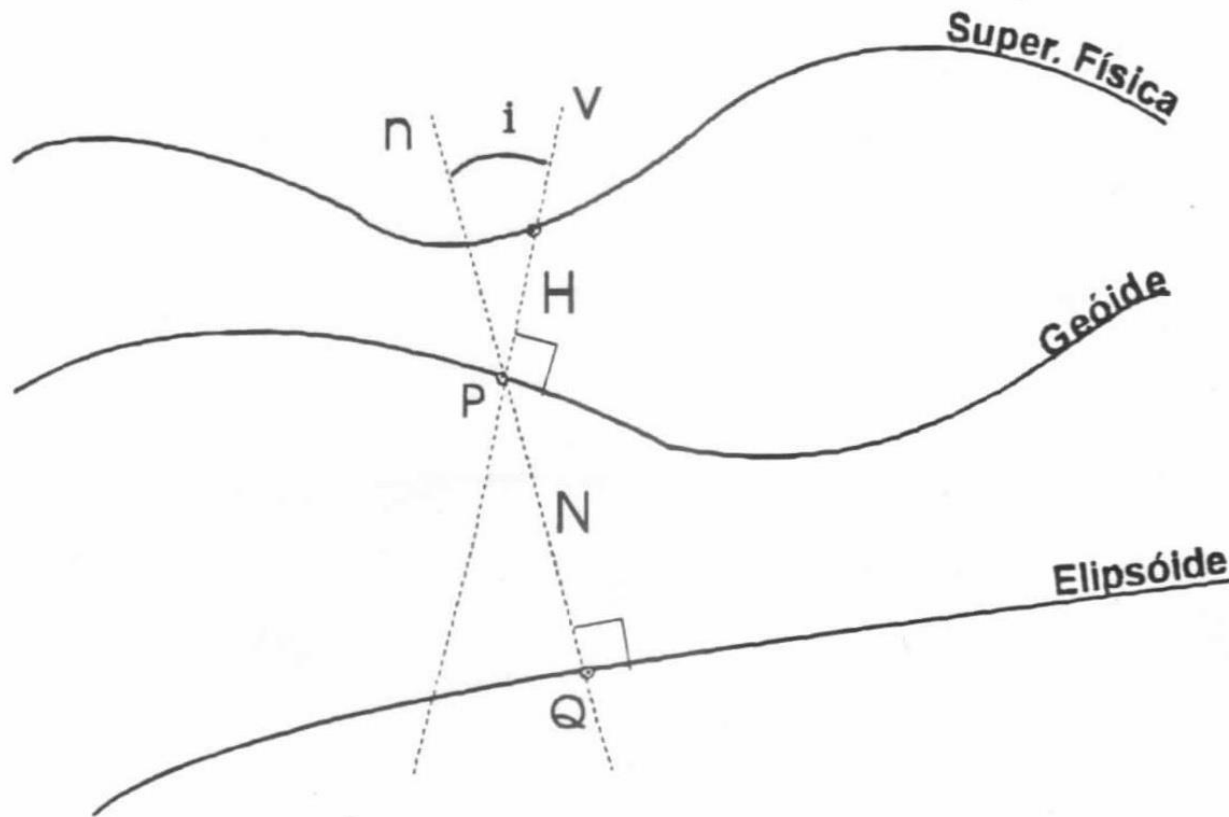


Superfície do elipsoide/geoide não coincide com a real superfície terrestre

**h** = altura geométrica / geodésica (perpendicular ao elipsoide)

**H** = altura ortométrica (perpendicular ao geoide)

**N** = ondulação geoidal (perpendicular ao elipsoide)



$$H = h - N$$

Superfície do elipsoide/geoide não coincide com a real superfície terrestre

**h** = altura geométrica / geodésica

**H** = altura ortométrica

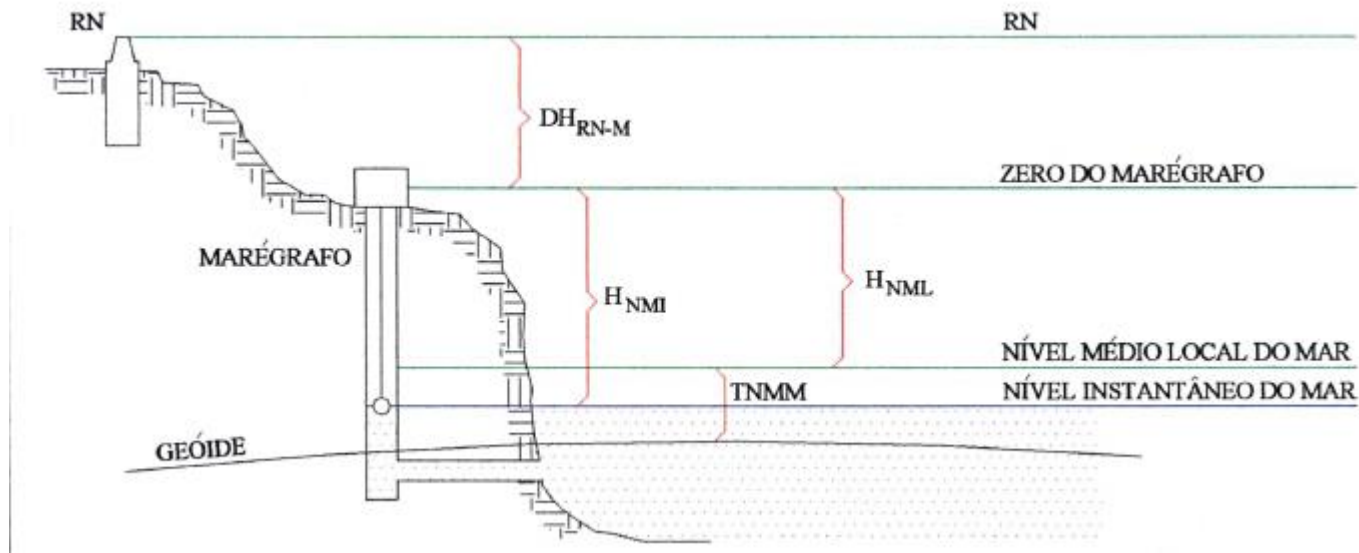
**N** = ondulação geoidal

### Datum Vertical ( Altimétrico ) :

Nível médio de Marégrafo : ciclo Metônico (Lunar) de ~19 anos

BRASIL, exceto AP : Porto Imbituba (SC)

- AMAPÁ : Porto de Santana (AP)



<https://acervodigital.ufpr.br/xmlui/handle/1884/41206>

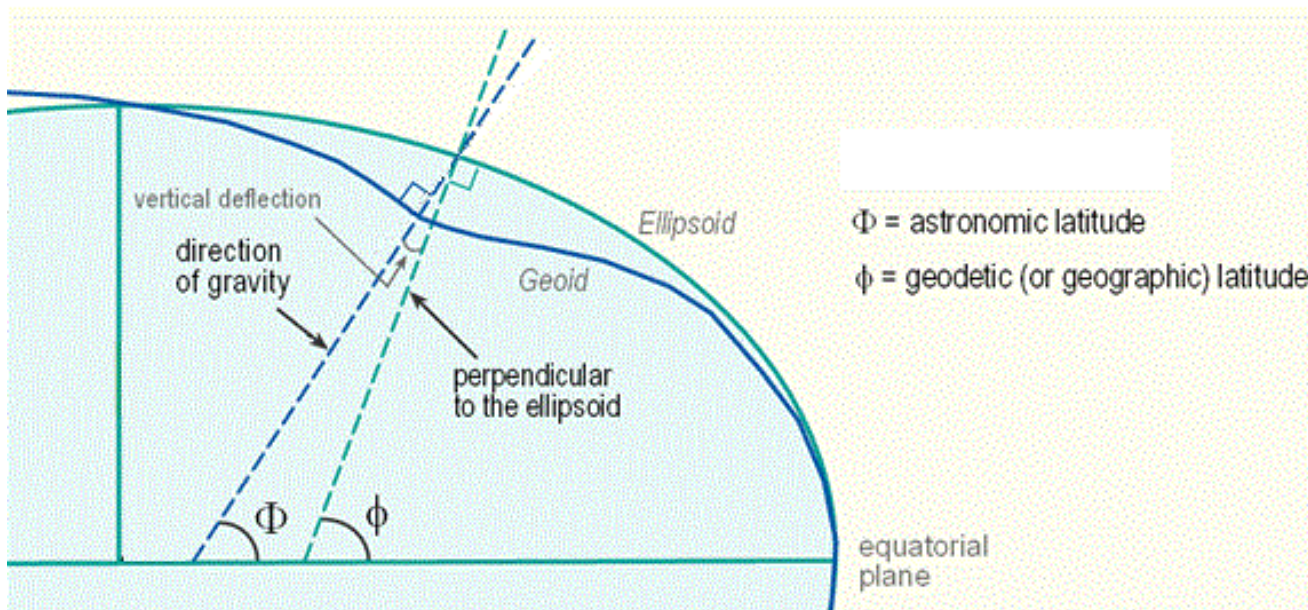
$$H_{RN} = H_{NML} + DH_{RM-N} = h_{RN} - N_{RN}$$

# Sistemas de Coordenadas Geográficas

- Longitude e Latitude

Geodésico ou geográfico ( $\lambda, \varphi$ ) vs. Astronômico ( $\Lambda, \Phi$ )  $\vec{g}$

- Datum



$$\lambda = \Lambda - \eta \cos \varphi$$

$$\varphi = \Phi - \xi$$

Desvio da vertical:

$\eta$  (eta) : (+) Leste-oeste (-)

$\xi$  (xi) : (+) Norte-sul (-)

# Sistemas de Coordenadas Geográficas

- Longitude e Latitude

Geodésico ou geográfico ( $\lambda, \varphi$ ) vs. Astronômico ( $\Lambda, \Phi$ )  $\vec{g}$

- Datum

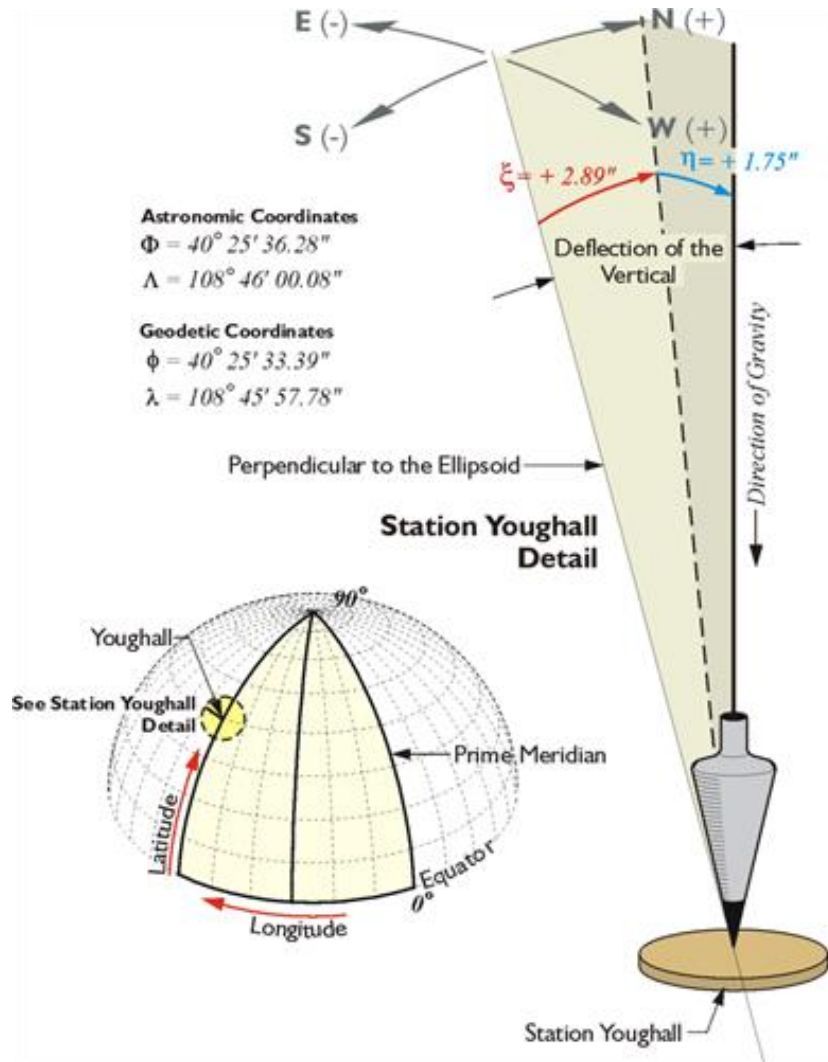
$$\lambda = \Lambda - \eta \cos \varphi$$

$$\varphi = \Phi - \xi$$

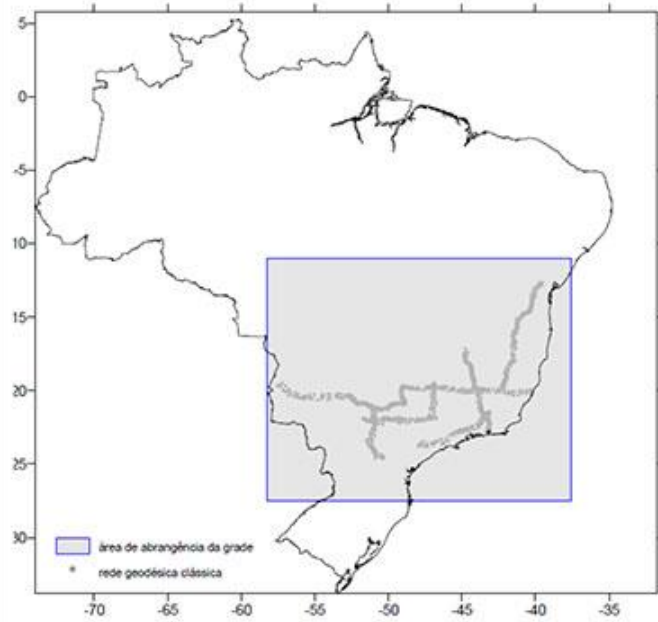
Desvio da vertical:

$\eta$  (eta) : (+) Leste-oeste (-)

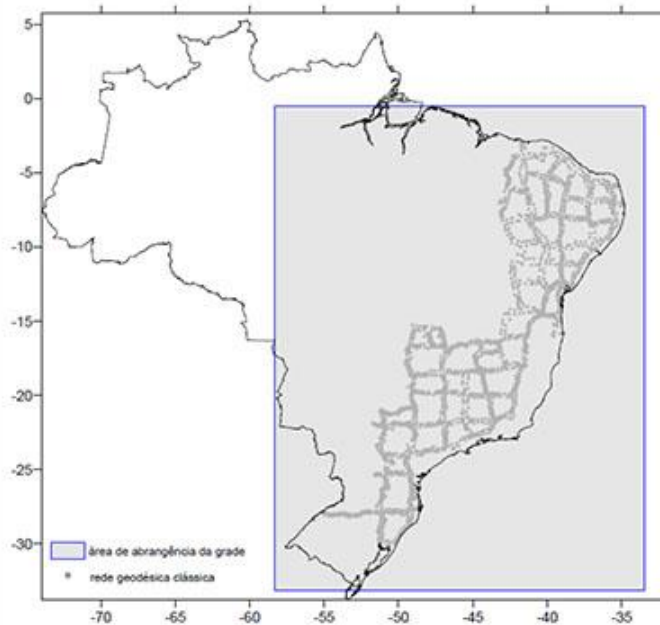
$\xi$  (xi) : (+) Norte-sul (-)



### Limites CA61



### Limites CA7072



### Limites SAD69



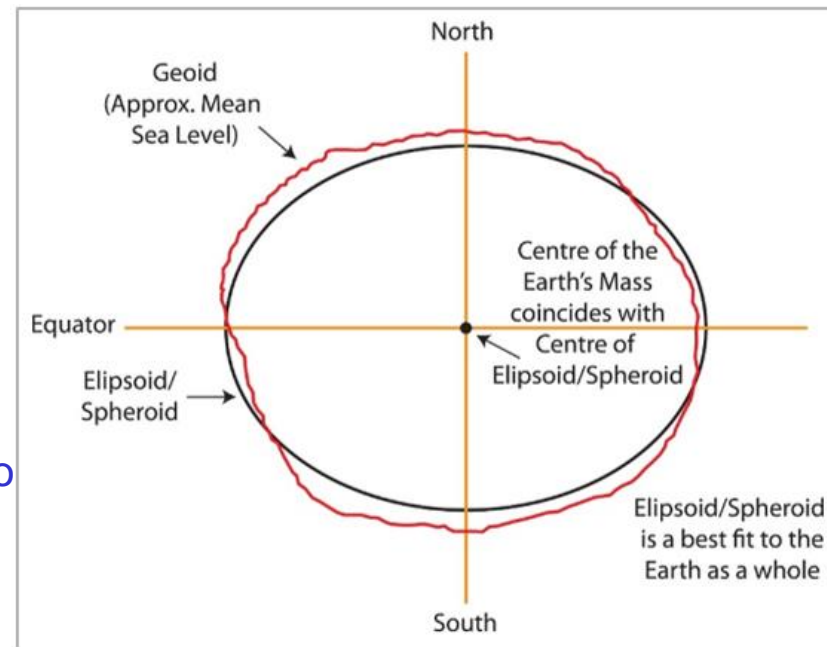
### Limites SAD69/96



# Sistemas de Coordenadas Geográficas

Partes:

- Unidade de medida angular
- Meridiano principal
- Datum
  - Elipsoide ( semieixos )
  - Geodésico, Geocêntrico, Astronômico



World Geodetic System – WGS 84 – elipsoide GRS80 geocêntrico

$$a = 6.378.137 \text{ m} \quad b = 6.356.752,314245 \text{ m} \quad f = 1/298,257223563$$

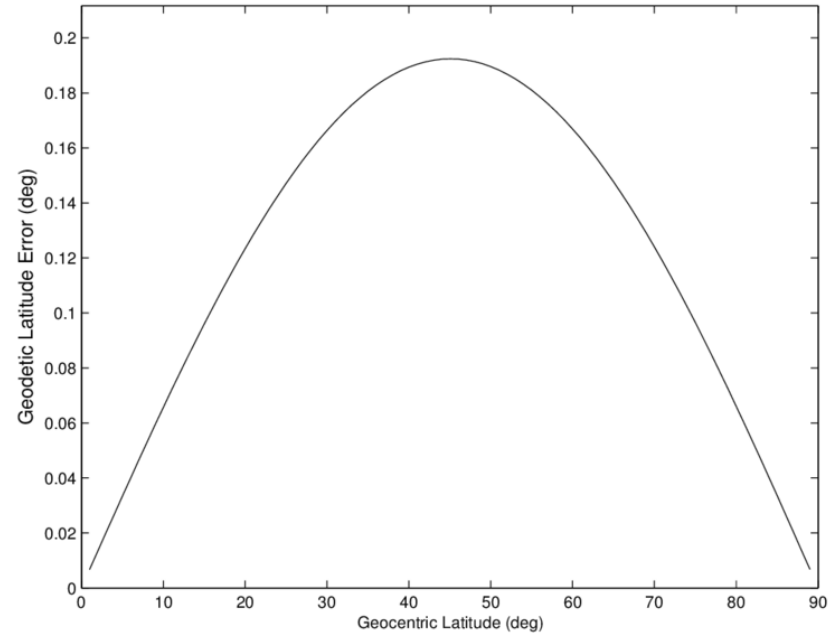
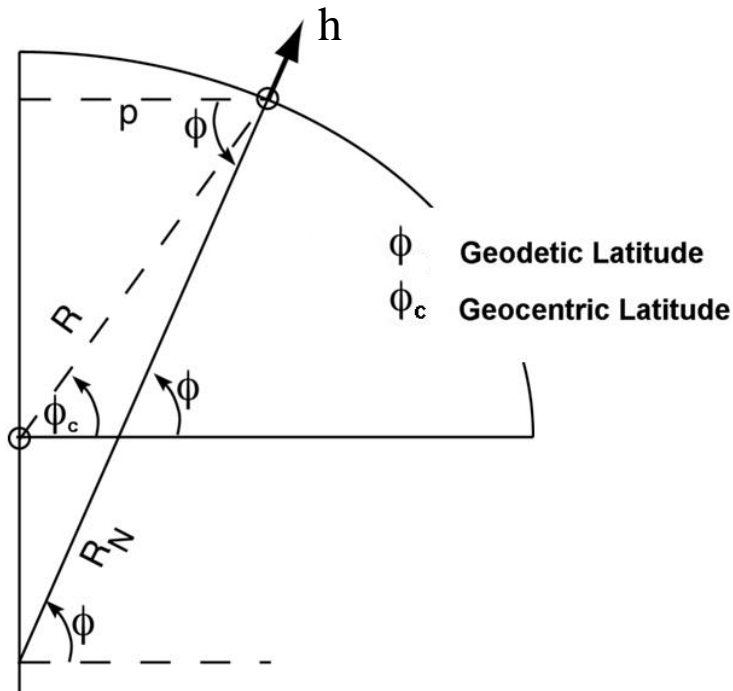
SIRGAS 2000 (2005 - ) : atualmente em uso no Brasil - elipsoide GRS80 geocêntrico

$$a = 6.378.137 \text{ m} \quad b = 6.356.752,31414 \text{ m} \quad f = 1/298,257222101$$

# Sistemas de Coordenadas Geográficas

- Longitude e Latitude

Geodésico ou geográfico ( $\lambda, \varphi = \phi$ ) vs. Geocêntrico ( $\lambda, \varphi' = \phi_c$ )



$\text{tg } \varphi' = [1 - e^2] \text{tg } \varphi$  para pontos na superfície do elipsóide

$\text{tg } \varphi' = \left[ 1 - e^2 \frac{R_N}{R_N+h} \right] \text{tg } \varphi$  com  $R_N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$  para altura geodésica h



## Sistemas de Coordenadas

- Cartesianas 3D : Origem no Centro da Terra  
eixo Z passa pelo Polo N  
eixos X e Y passam pelo Equador  
usado em transformações de Datum / coordenadas

$$X = (R_N + h) \cos \varphi \cos \lambda$$

$$Y = (R_N + h) \cos \varphi \sen \lambda$$

$$Z = \left( \frac{b^2}{a^2} R_N + h \right) \sen \varphi$$

$$R_N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sen^2 \varphi}}$$



## Sistemas de Coordenadas

- Cartesianas 3D : Origem no Centro da Terra  
eixo Z passa pelo Polo N  
eixos X e Y passam pelo Equador  
usado em transformações de Datum / coordenadas

$$X = (R_N + h) \cos \varphi \cos \lambda$$

$$Y = (R_N + h) \cos \varphi \sin \lambda$$

$$Z = \left( \frac{b^2}{a^2} R_N + h \right) \sin \varphi$$

$$R_N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Nota:

$$R_N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

$$b = a(1 - f) = a\sqrt{(1 - e^2)}$$

$$a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi =$$

$$a^2 \cos^2 \varphi + a^2(1 - e^2)\sin^2 \varphi =$$

$$a^2 \cos^2 \varphi + a^2 \sin^2 \varphi - a^2 e^2 \sin^2 \varphi =$$

$$a^2 - a^2 e^2 \sin^2 \varphi = a^2(1 - e^2 \sin^2 \varphi)$$

$$R_N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2(1 - e^2 \sin^2 \varphi)}} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

## Sistemas de Coordenadas

- Projeção : de porção da superfície terrestre no plano Euclidiano

$$( \text{Lon} , \text{Lat} ) \xrightarrow{\text{PROJEÇÃO}} ( X , Y )$$

cálculos são mais simples do que nos outros sistemas, mas...

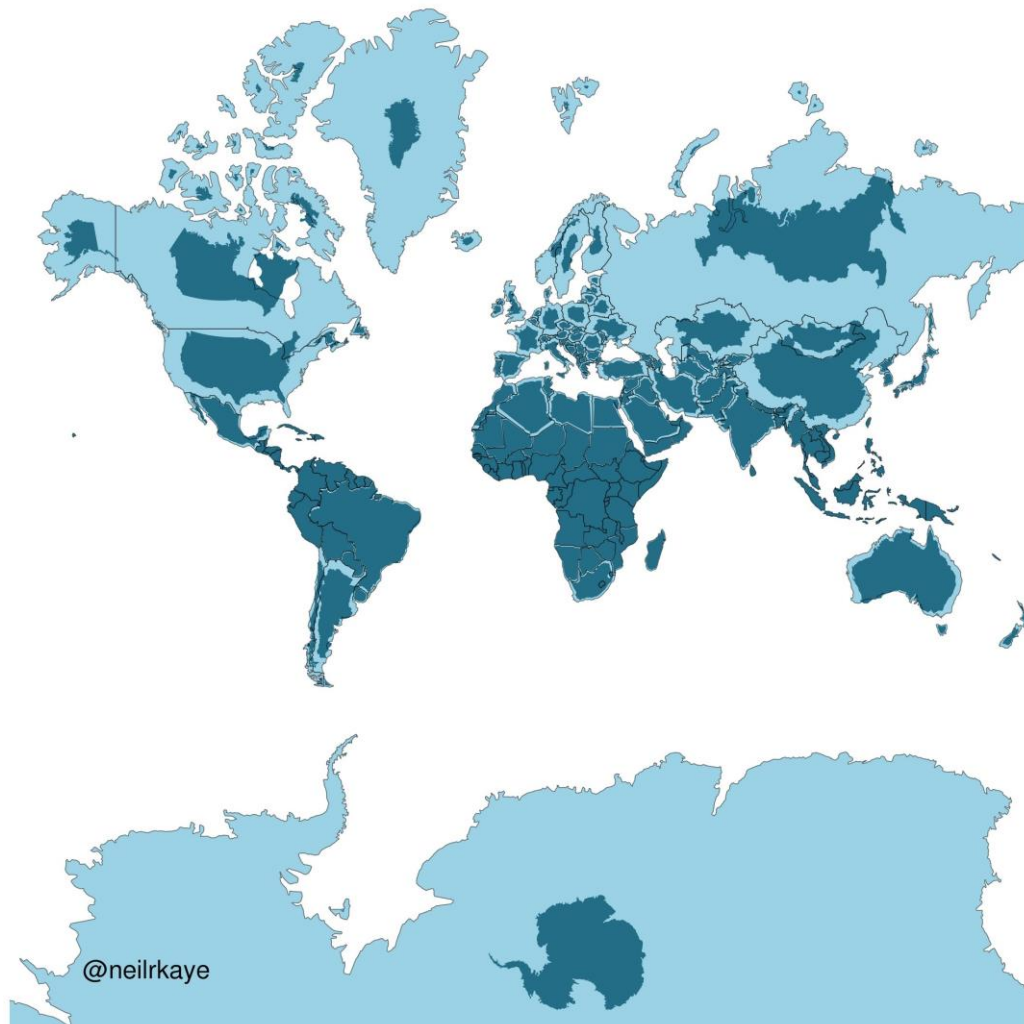
Não é possível representar a superfície da Terra sobre um plano sem distorções,

mesmo que ela fosse perfeitamente elíptica, ou mesmo esférica

# Sistemas de Coordenadas

- Projeção : de porção da superfície terrestre no plano Euclidiano

$$( \text{Lon} , \text{Lat} ) \xrightarrow{\text{PROJEÇÃO}} ( X , Y )$$



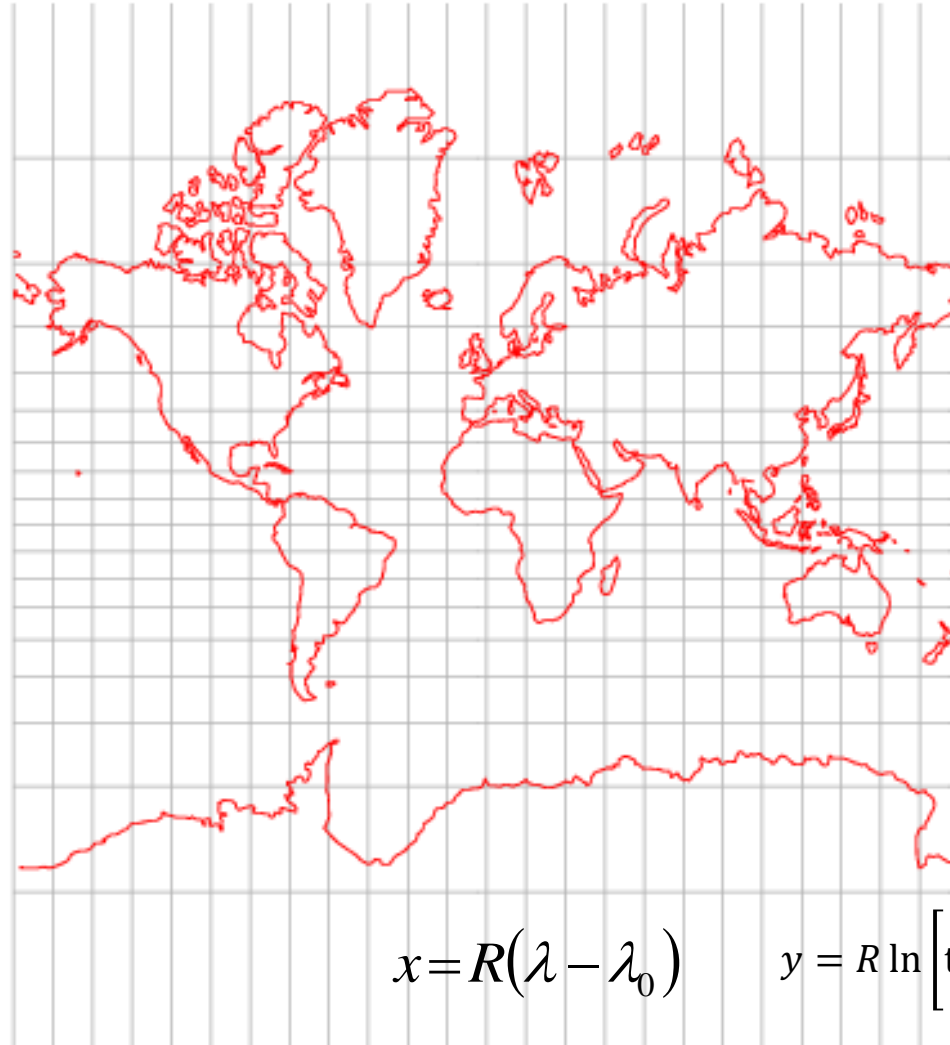
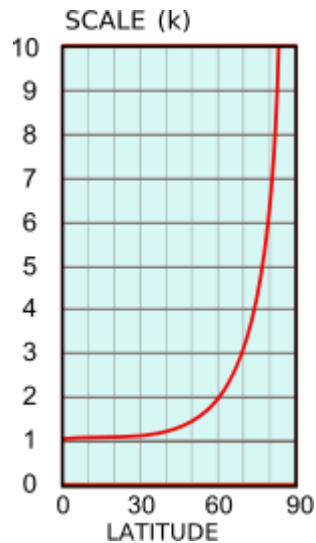
# Projeção Conforme

Meridianos e Paralelos ortogonais

Preserva Ângulos, mas  
Distorce Áreas

Mercator (1569)

(Cilíndrica Normal Tangente)



$$x = R(\lambda - \lambda_0) \quad y = R \ln \left[ \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \right]$$

( $\lambda - \lambda_0$ ) em radianos,  $\lambda_0 = 0$  (Meridiano Greenwich)

# Projeção Equivalente ( de Igual Área)

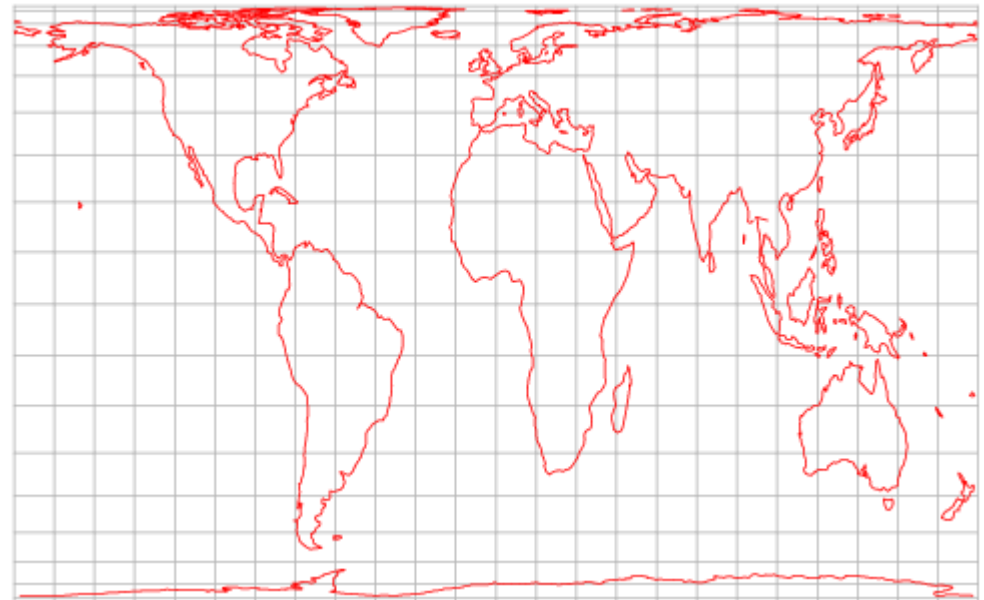
Preserva Áreas

Distorce Forma, Ângulo e/ou Escala

Gall-Peters (1855-1967)

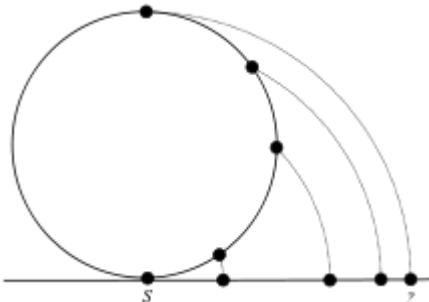
(Cilíndrica Secante 45°N/S)

$$x = \frac{R\pi\lambda}{180^\circ\sqrt{2}} \quad y = R\sqrt{2}\text{sen}(\phi)$$



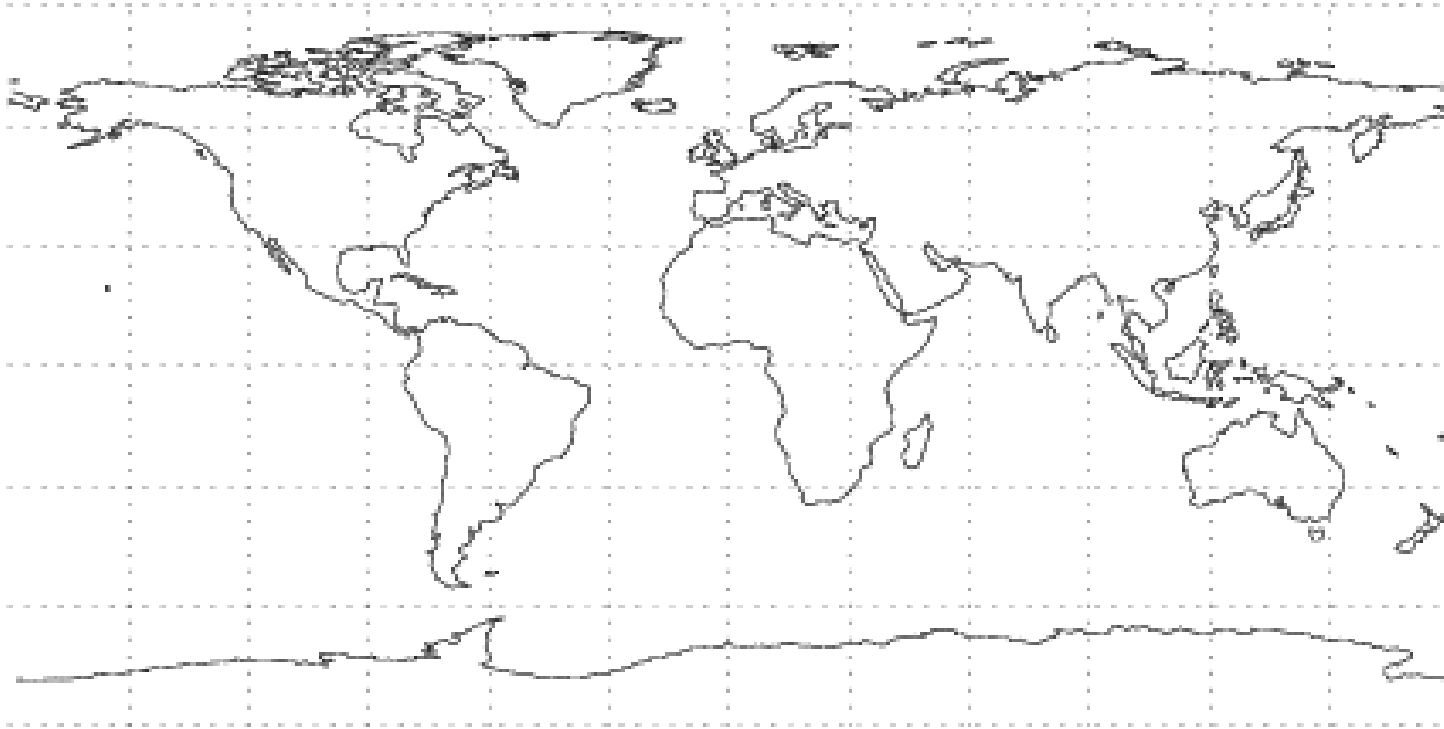
Azimutal de Lambert (1772)

(Plana \* Tangente Equador)



# Projeção Equidistante

Mantém a escala ao longo de uma ou algumas linhas – p.ex. Meridiano(s), Paralelo(s), ou a partir de um ponto central



Cilíndrica Equidistante (Marino de Tiro, 100 AC)

$$x = \lambda \cos(\phi_1) \quad \phi_1 = 0^\circ \text{ (equiretangular)}$$

$$y = \phi$$

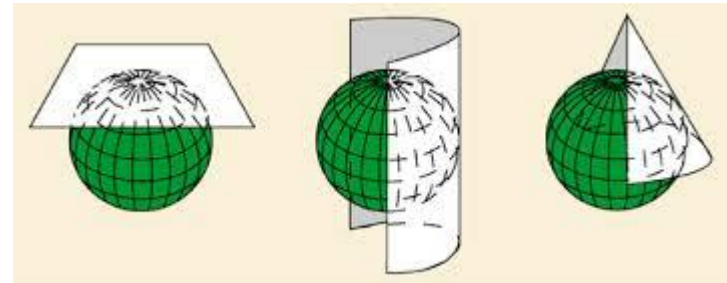
[https://en.wikipedia.org/wiki/Equirectangular\\_projection](https://en.wikipedia.org/wiki/Equirectangular_projection)

<http://mathworld.wolfram.com/CylindricalEquidistantProjection.html>

# Classificação das Projeções

Tipo da Superfície:

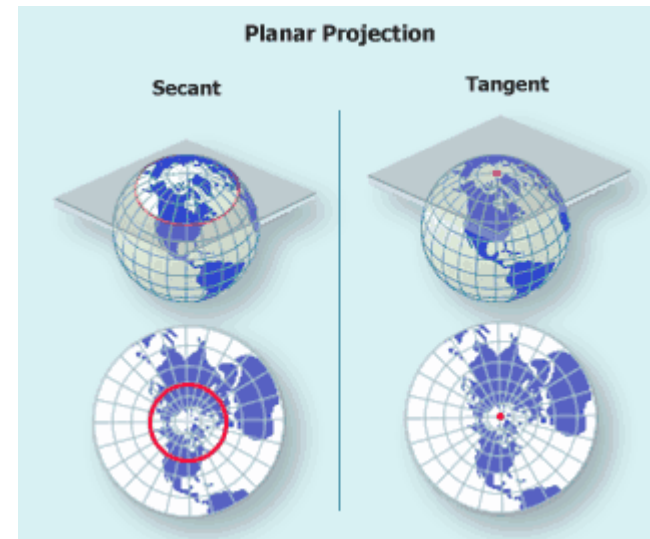
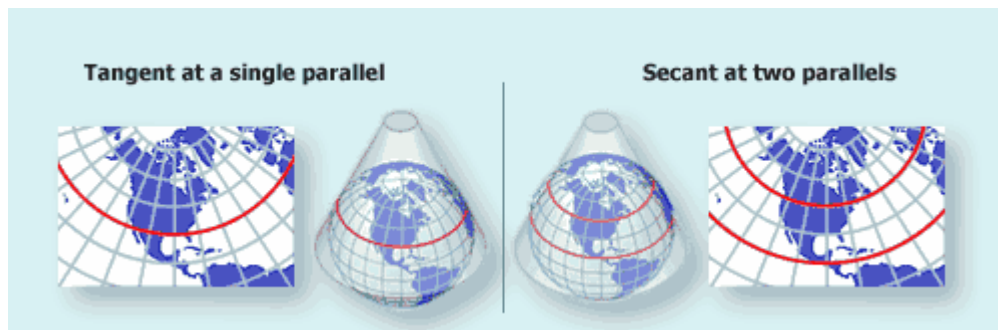
- Sobre um plano : PLANAR
- Sobre um cilindro : CILÍNDRICA
- Sobre um cone : CÔNICA



<http://gis.nic.in/gisprimer/projections1.html>

Contato entre as superfícies:

- Ponto ou Linha(s)
- Tangente ou Secante(s)



<http://geokov.com/education/map-projection.aspx>

# Projeções sobre Cilindros - Cilíndricas

## Tangente ou Secante

- Normal : tangente é um Paralelo, em geral o Equador
- Transversa : Tangente é um Meridiano
- Pode ser Oblíqua



**Normal**



**Transverse**

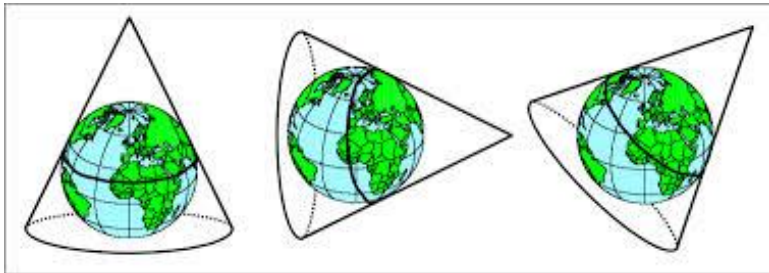


**Oblique**

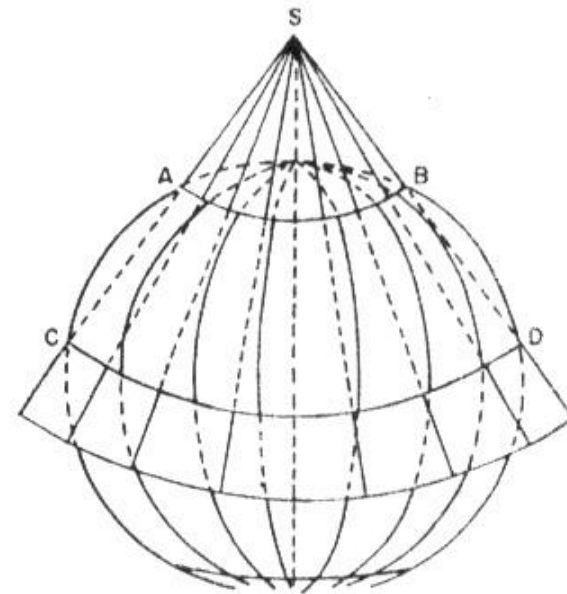


## Projeções sobre cones – Cônicas

- Paralelo(s) Padrão :
  - Linha Tangente ou Duas linhas Secantes
- Meridiano Central
- pode ser Oblíqua



[https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/Erasmus/cart\\_projections.pdf](https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/Erasmus/cart_projections.pdf)



Des.: Mirna

**FIGURA 15 – Princípio da projeção cônica secante**  
Os paralelos AB e CD, tangentes à esfera, conservarão as  
suas dimensões na superfície desenvolvida.  
(Fonte: MARTONNE, 1953, modificada)

## exemplo: Projeção Cônica Conforme de Lambert

Baía de Guanabara (RJ)

Meridiano Central : 45° W

Paralelos : 20° 20' S e 23° 40' S (secante)

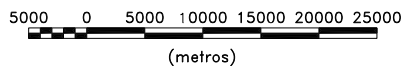
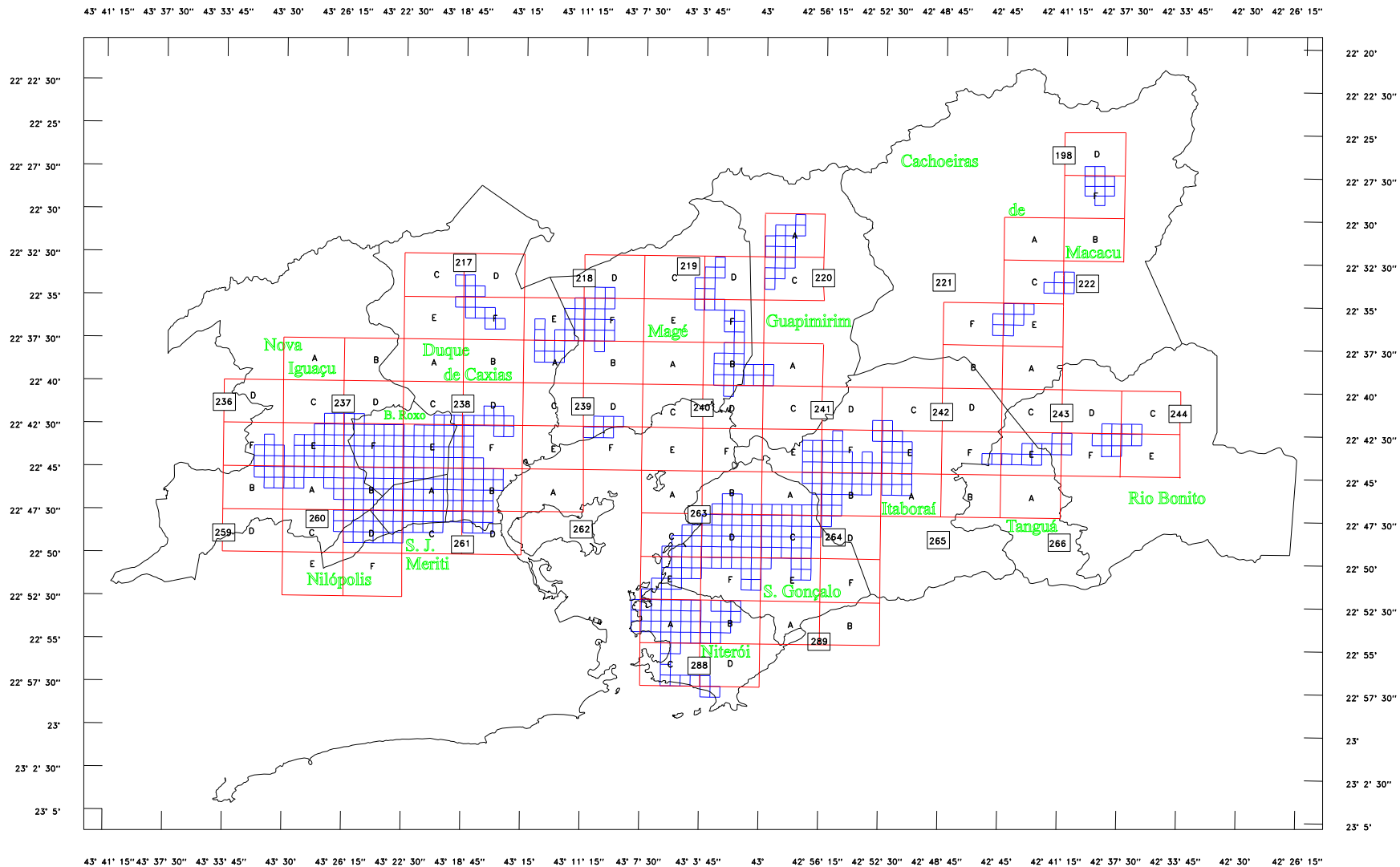
fonte: CIDE / RJ

- Datum: SAD69
- Origem das Longitudes: 0.0 (False Easting)
- Origem das Latitudes: 0.0 (False Northing)
- Latitude de Origem: 19° 30' S
- Fator de Escala: 1.0

# CIDE – Centro de Informações e Dados do Rio de Janeiro

Programa de Despoluição da Baía de Guanabara

Componente Mapeamento Digital



Folhas de Carta nas Escalas de 1:2000 e 1:10000

Projeção Cônica Conforme de Lambert  
Meridiano: -45°; Paralelos: -20° 20' e -23° 40'

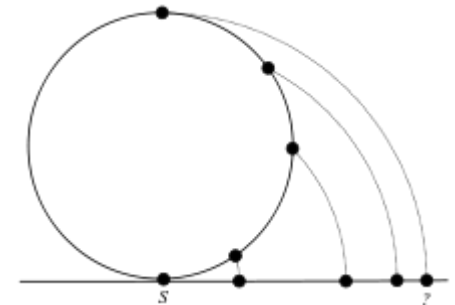
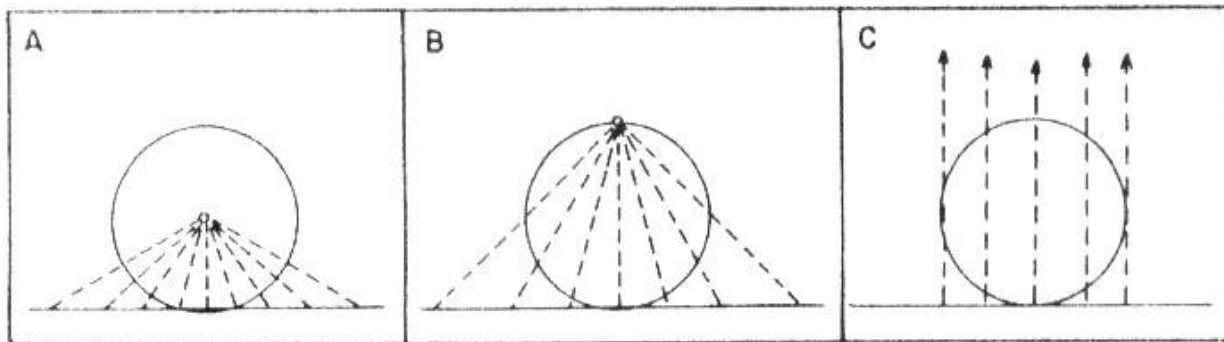
MAPEAMENTO DIGITAL

# Projeções sobre planos - Planares

- Tangente ou Secante
- Foco (ponto de tangência)
  - Polar – num dos polos
  - Equatorial – sobre o Equador
  - Oblíqua
- Ponto de perspectiva (fuga)
  - Centro da Terra : Gnomônica
  - Oposto ao Foco : Estereográfica
  - Ponto distante : Ortográfica

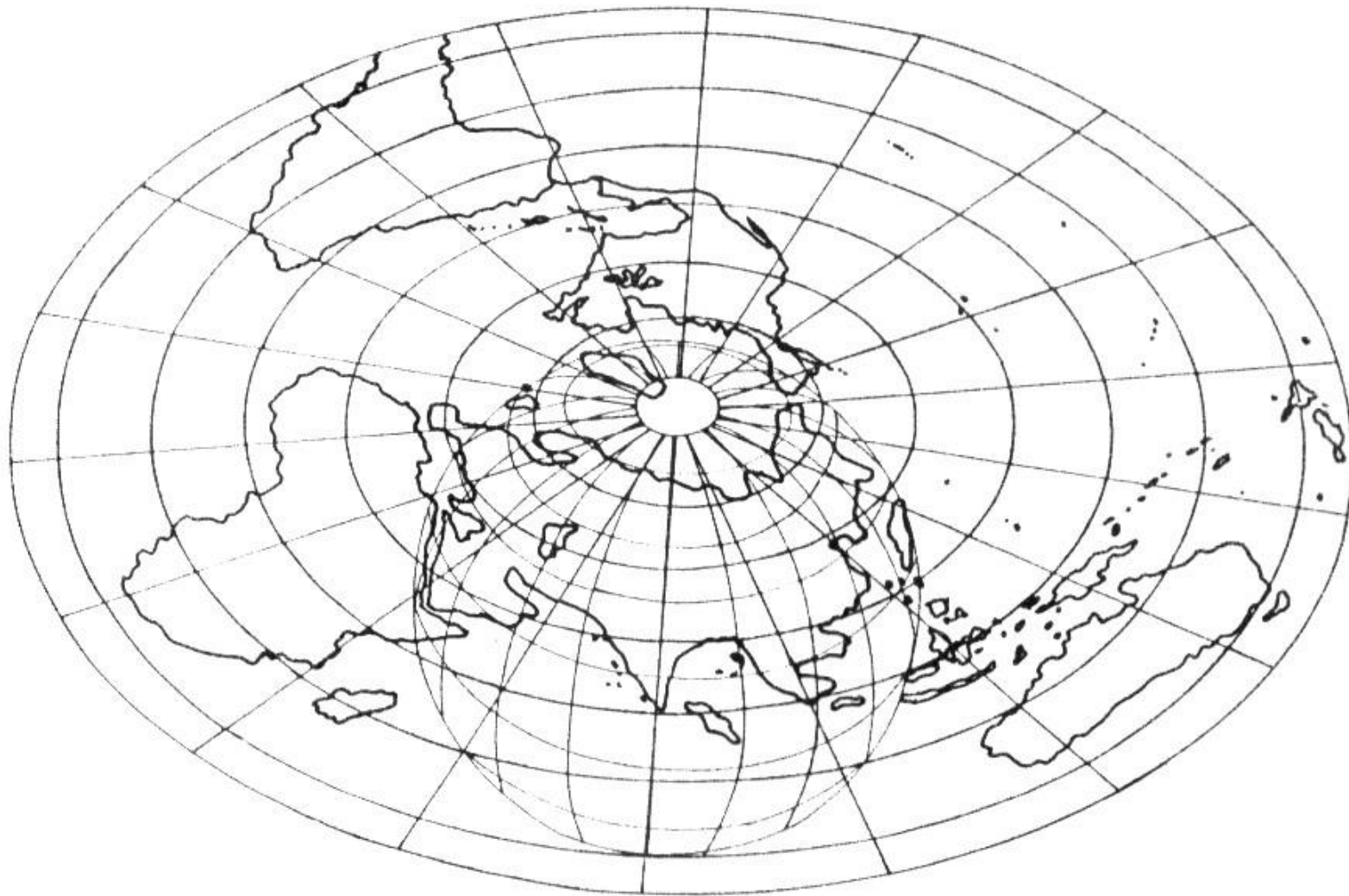


[http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0027\\_DAI1/ch01s05.html](http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0027_DAI1/ch01s05.html)



Lambert 1772

FIGURA 16 – Projeções gnomônica (A), estereográfica (B) e ortográfica (C)  
(Fonte: BAKKER, 1965)



Des.: Mirna

**FIGURA 17 – Projeção estereográfica polar**  
(Fonte: Serviço Geodésico Interamericano, s/d)

**exemplo: PROJEÇÃO ESTEREOGRÁFICA POLAR**

# Projeção UTM (1950) – Universal Transversa de Mercator

Fracionamento em Zonas

60 cilindros secantes de 6° de Longitude

Zona 1 : 180° a 174° W ...

... Zona 22 : 54° W a 48° W : SP

Zona 23 : 48° W a 42° W : SP, RJ ...

... Zona 30 : 6° W a 0°

Zona 31 : 0° a 6° E ...

... Zona 60 : 174° E a 180°

Parâmetros:

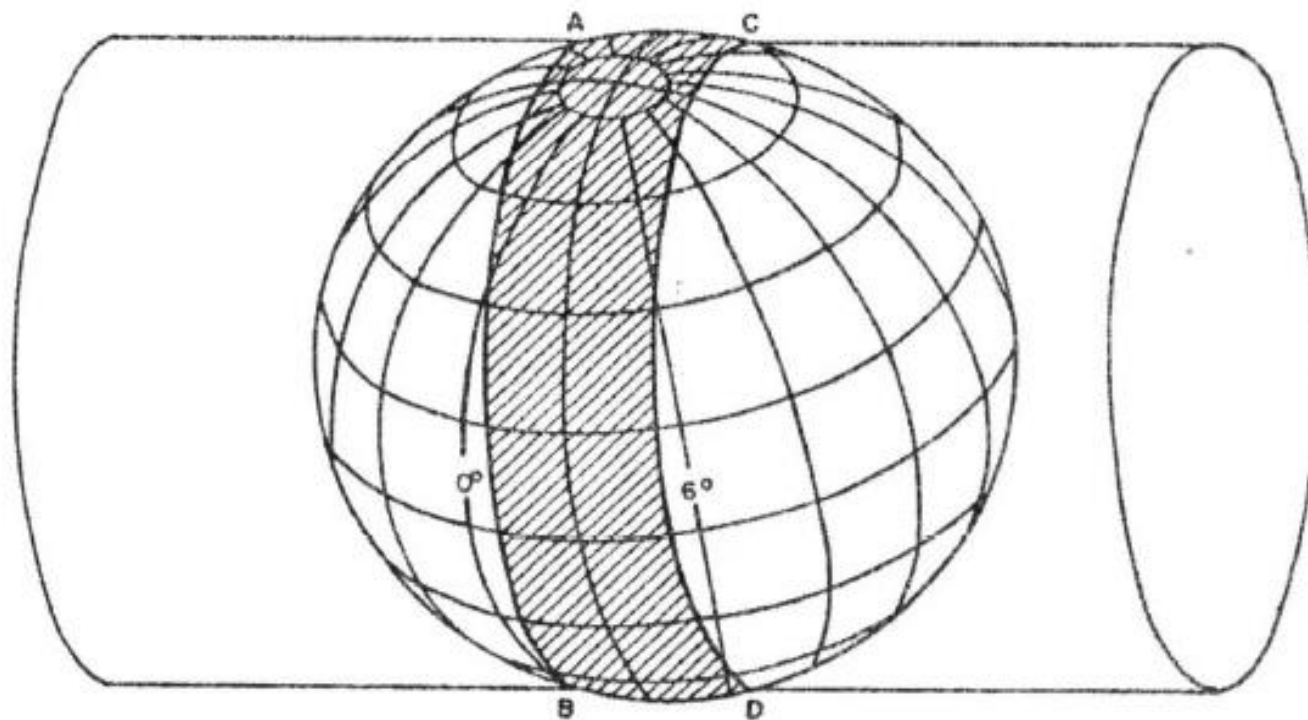
- Origem das Longitudes ( False Easting )

Meridiano Central :  $X = 500.000$  m

- Origem das Latitudes ( False Northing )

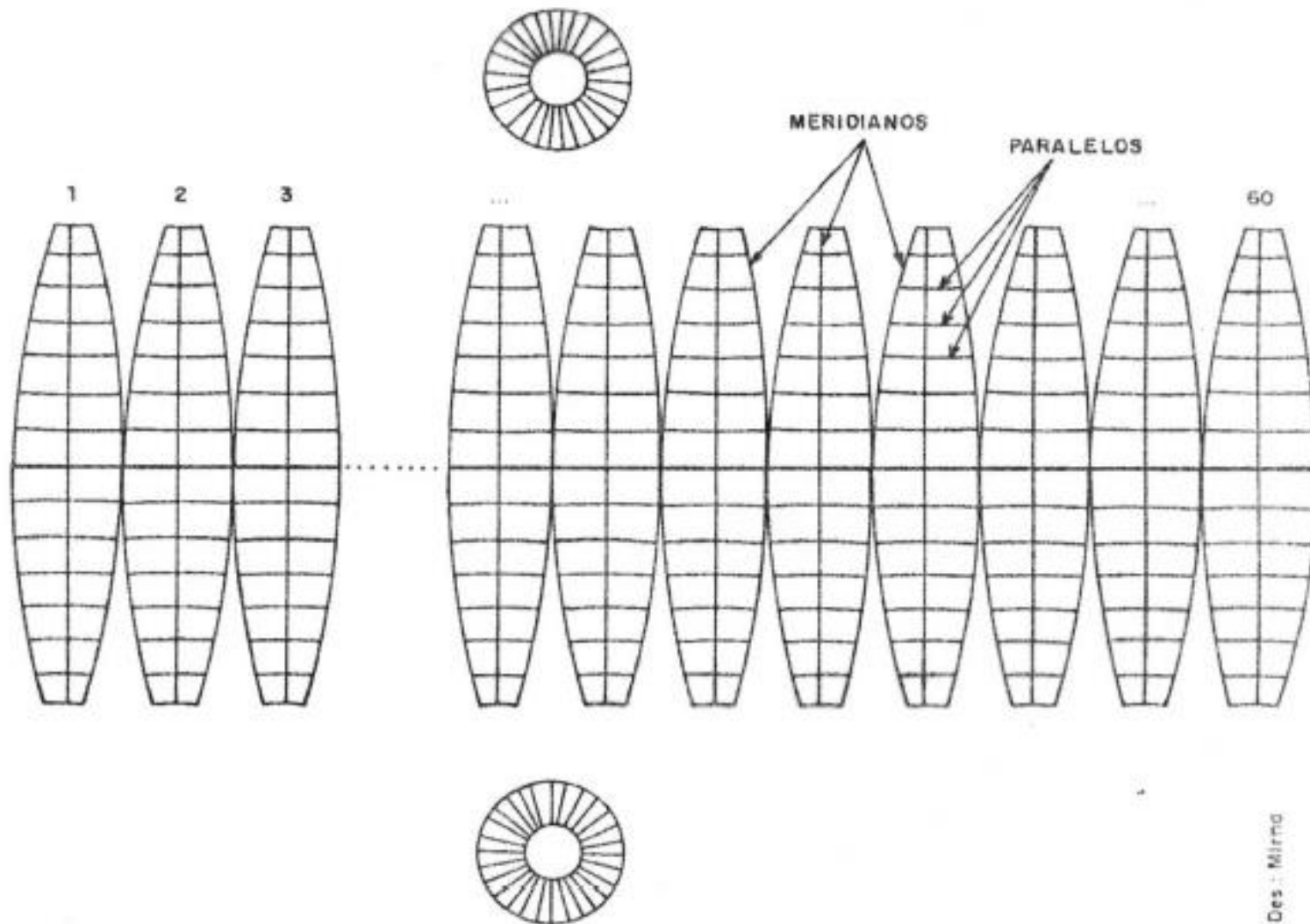
Hemisfério Norte: no Equador,  $Y = 0$  m

Hemisfério Sul: no Equador,  $Y = 10.000.000$  m



Des.: Mirna

**FIGURA 23 – Cilindro secante a um esferóide**  
(Fonte: Serviço Geodésico Interamericano, s/d)



Des: Mirna

**FIGURA 24 – Zonas do sistema UTM**  
 (Fonte: Serviço Geodésico Interamericano, s/d)



## Carta do Brasil ao milionésimo

Parte da Carta Internacional do Mundo

escala 1 : 1.000.000 - 4° Lat x 6° Lon

- Projeção Cônica Conforme de Lambert <= 1 : 50.000
- Projeção Estereográfica Polar - Latitudes > 84° N e > 80° S

Nomenclatura das folhas:

- HZ-FF
  - Hemisfério : N | S
  - Zona : A-Z
  - Fuso : 1-60

exemplo: SP/RJ :

SE-22

SE-23 (BH)

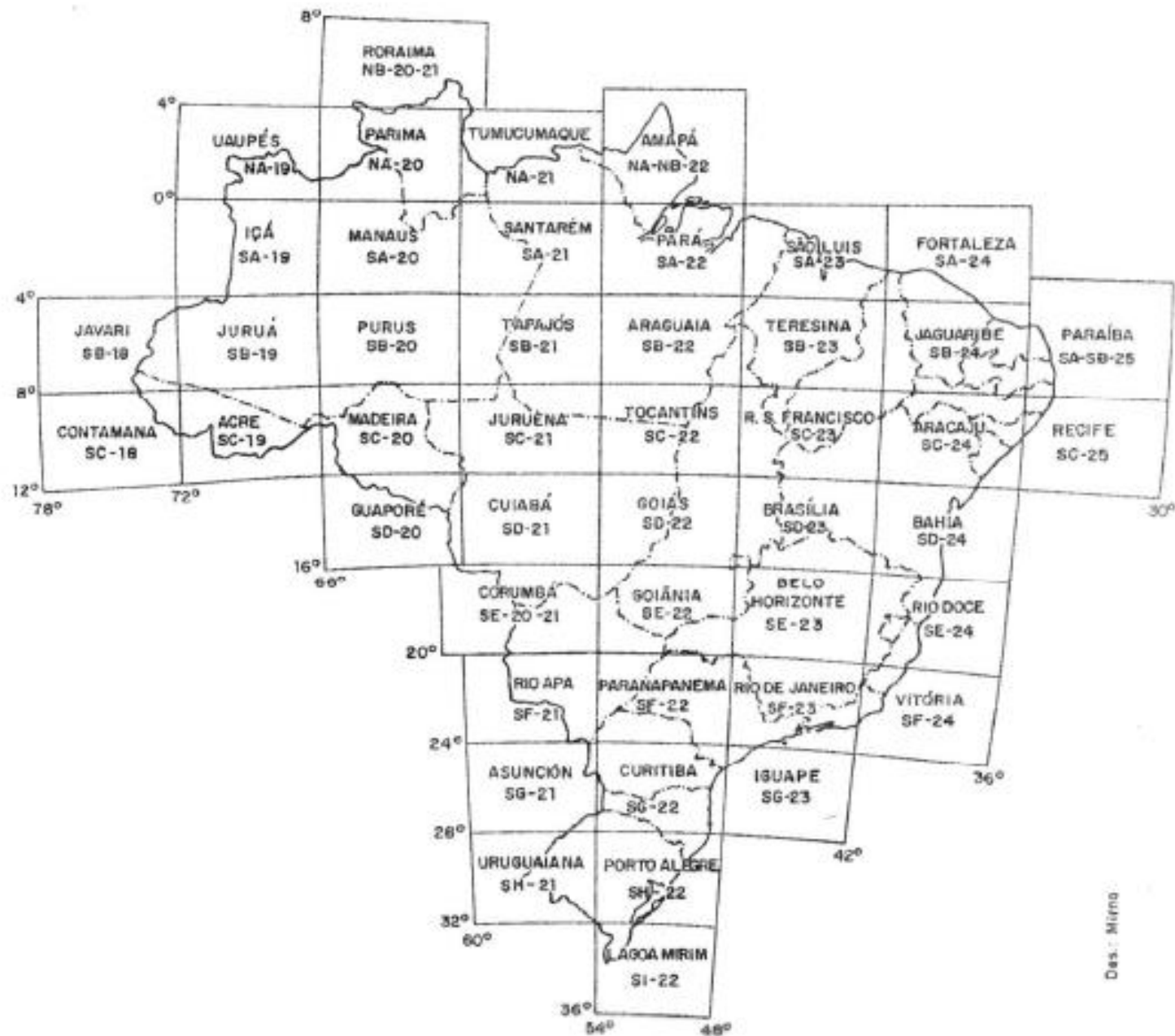
SF-22

SF-23

SF-24 (ES)

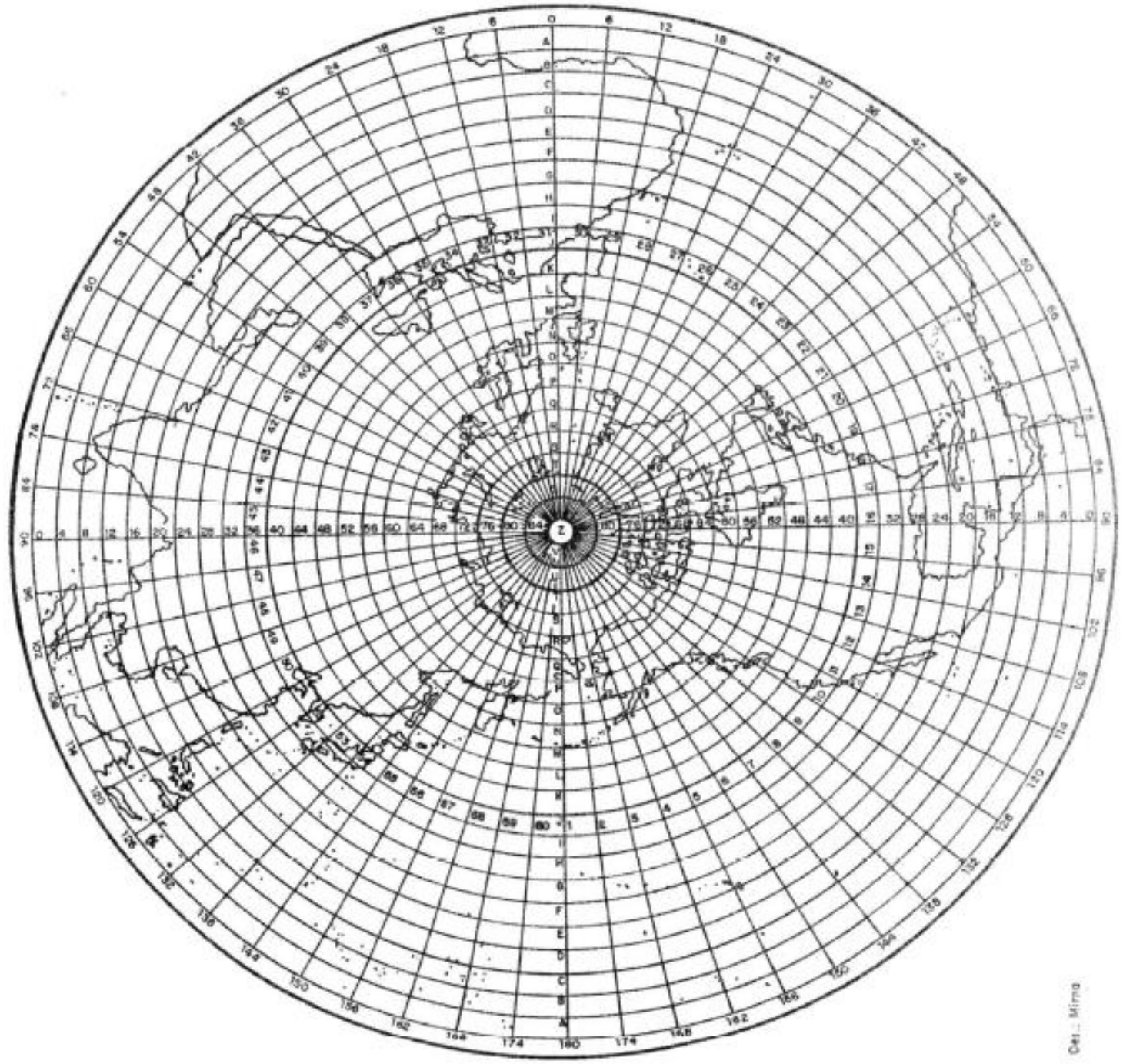
SG-22

SG-23



Des.: Mirna

FIGURA 28 – Articulação das folhas da Carta do Brasil ao Milionésimo



Det. Mira

## Desdobramento em escalas maiores:

1 : 500.000

2° Lat x 3° Lon

V	X
Y	Z

1 : 250.000

1° Lat x 1° 30' Lon

A	B
C	D

1 : 100.000

30' Lat x 30' Lon

I	II	III
IV	V	VI

1 : 50.000

15' Lat x 15' Lon

1	2
3	4

1 : 25.000

7' 30" Lat x 7' 30" Lon

NO	NE
SO	SE

1 : 10.000

2' 30" Lat x 3' 45" Lon

A	B
C	D
E	F

V		X													
A		B													
I	<table border="1"> <tr> <td>NO</td> <td>NE</td> <td>NO</td> <td>NE</td> </tr> <tr> <td>SO</td> <td></td> <td></td> <td>SE</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	NO	NE	NO	NE	SO			SE	3	4			III	D
NO	NE	NO	NE												
SO			SE												
3	4														
IV	V	VI													
		Z													



# Município de Salto (SP) 1:25.000

47°22'30" W

47°15' W

47°07'30" W

23°07'30" S

SF-23-Y-C-II-1-SE-A SF-23-Y-C-II-1-SE-B

SF-23-Y-C-II-1-SE-C SF-23-Y-C-II-1-SE-D

SF-23-Y-C-II-1-SE-E SF-23-Y-C-II-1-SE-F

SF-23-Y-C-II-2-SO-A SF-23-Y-C-II-2-SO-B

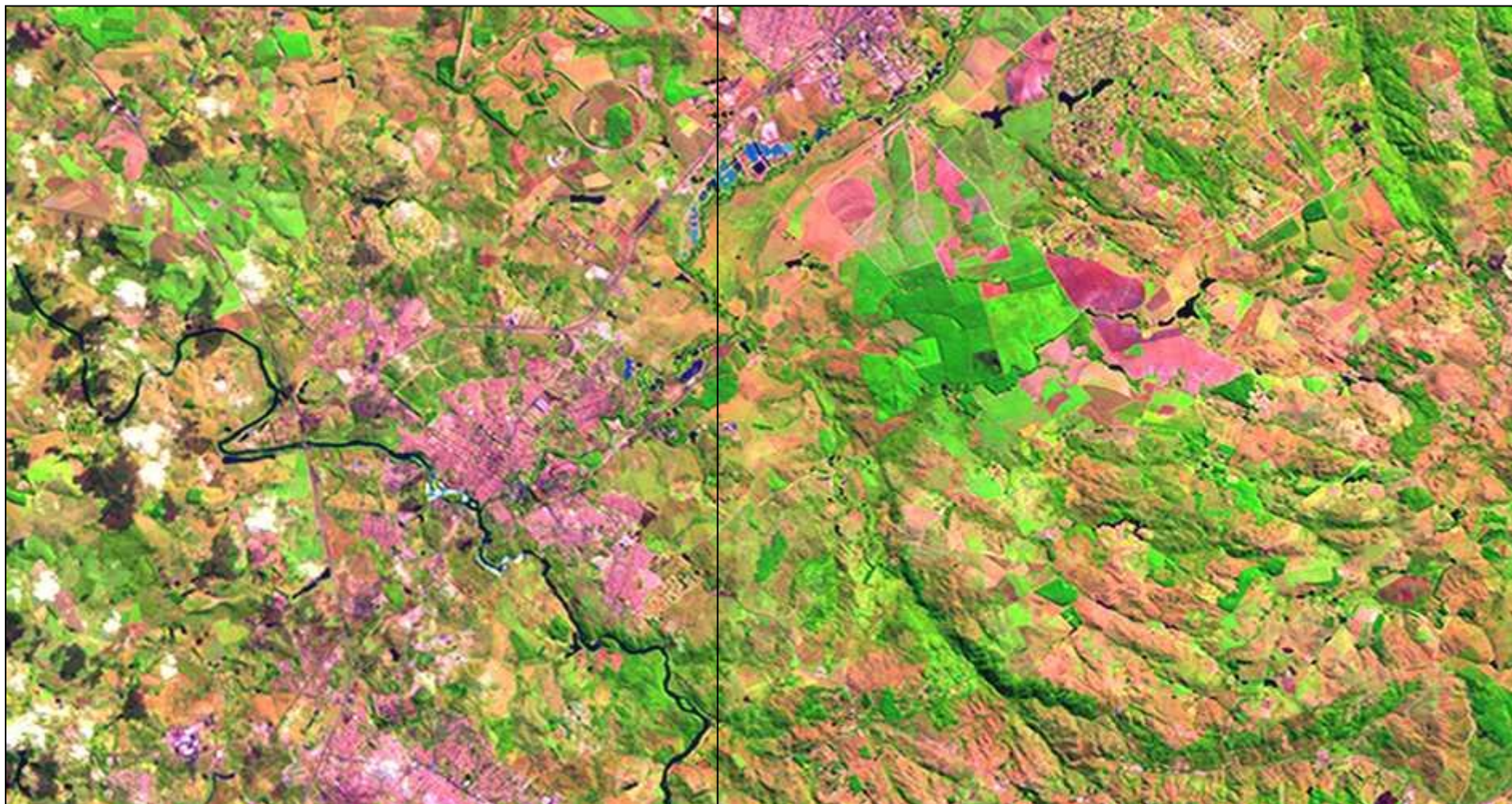
SF-23-Y-C-II-2-SO-C SF-23-Y-C-II-2-SO-D

SF-23-Y-C-II-2-SO-E SF-23-Y-C-II-2-SO-F

23°15' S

[http://www.cdbrasil.cnpm.embrapa.br/sp/htm0/sp41\\_53.htm](http://www.cdbrasil.cnpm.embrapa.br/sp/htm0/sp41_53.htm)

[http://www.cdbrasil.cnpm.embrapa.br/sp/htm0/sp41\\_54.htm](http://www.cdbrasil.cnpm.embrapa.br/sp/htm0/sp41_54.htm)



## **Bibliografia:**

BLITZCOW, Denizar. **Posicionamento geodésico por satélites (GPS)**. São Paulo: PTR, EP, USP, 1998.

CINTRA, Jorge Pimentel. **Sistema de projeção UTM**. São Paulo: PTR, EP, USP, 1997.

RODRIGUES DOS SANTOS, Maria do Carmo S. **Manual de fundamentos cartográficos e diretrizes gerais para a elaboração de mapas geológicos, geomorfológicos e geotécnicos**. São Paulo: IPT, 1990.

VAN SICKLE, Jan. **Basic GIS coordinates**. Boca Raton: CRC Press, FL, 2004.